**TALLER PROPEDEUTICO DE MATEMATICA**

**I.S.P.P. N°7**

Estimado Ingresante:

Este cuadernillo han sido pensados para ayudarte a recuperar y consolidar los Conocimientos matemáticos adquiriste en el nivel medio, y que son la base para afianzar otros más complejos relacionados con la profesión que elegiste, contiene tres temas: Conjuntos numéricos, Ecuación, Factoreo.

Nuestro principal objetivo es, no sólo que ingresen a nuestra Institución, sino además que permanezcan en el Profesorado. Es desde aquí que asumimos este compromiso, pues el abordaje de estos temas es fundamental para comenzar con un cursado exitoso.

Para ello te proponemos que te comprometas en participar activamente en las actividades de manera que puedas construir tu propio proyecto como futuro alumno y futuro profesional de la educación. Profundizando de manera reflexiva cada una de las actividades para re-pensar la elección que has realizado y plantearte así, tus propios propósitos para tu futuro desempeño profesional.

Este trabajo ha sido elaborado por el área de matemática del Profesorado de Economía, Prof. Navarro, Víctor H.

Nuestro pensamiento:

“El Éxito no es producto de la casualidad sino del esfuerzo".

**OBJETIVOS**

Al finalizar el taller propedéutico los alumnos deben lograr:

* Operar con números Reales, y aplicar las operaciones en resolución de ejercicios y problemas.
* Identificar y aplicar las propiedades de las operaciones en ejercicios y ecuaciones.
* Identificar y seleccionar el factoreo correcto en expresiones algebraicas.
* Resolver ecuaciones polinómica de primer grado.

**CONTENIDOS**

Número Reales: Operaciones. Propiedades. Potencias con exponente racional. Ecuaciones de primer grado. Factorización de polinomios: factor común, factor común por grupos, caso particular diferencia de cuadrados,

**CONJUNTOS NUMÉRICOS.**

**Números naturales.**

Los números naturales aparecen por la necesidad de contar cosas. Es un conjunto infinito que comienza en el cero y que va aumentando una unidad sucesivamente sin llegar a ningún final. Se representan por ℕ y es el conjunto: ℕ = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8....}.

Algunos libros no incluyen el cero pero en general si se incluye.

No todas las operaciones son siempre posibles en el conjunto de los números naturales, veamos primero cuáles podemos resolver sin tener problemas:

• Suma

• Producto

• Potenciación

Pero también podemos realizar otras operaciones en algunos casos:

• Resta (si el minuendo es mayor que el sustraendo en ℕ, y si el minuendo es mayor o igual que el sustraendo en ℕ0).

• Cociente (Si el dividendo es múltiplo del divisor y éste es distinto de cero).

• Radicación (Podemos extraer raíces cuadradas de cuadrados perfectos, raíces cúbicas de cubos perfectos, etc.).

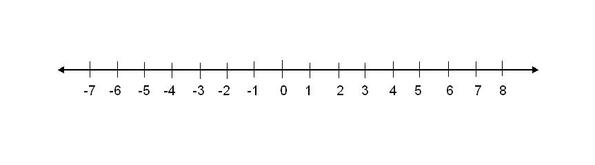
**Números enteros.**

Son los números naturales a los que añadimos todos los negativos (se utiliza el signo “-” delante del número). Se representan con ℤ y es el conjunto: ℤ = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...}

En las operaciones de números naturales se vio la imposibilidad de resolver una diferencia en la que el minuendo es menor que el sustraendo, por ejemplo:

5 – 9 no tiene solución en ℕ

Para poder resolver estas diferencias se crean los números negativos. En la recta numérica los ubicamos a la izquierda del cero:

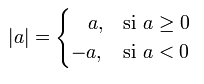


El conjunto de los números enteros resulta de unir los naturales con el cero y los negativos:

Entonces: : enteros positivos (naturales), : enteros negativos.

Por lo tanto, podemos escribir:

Se define **valor absoluto** de un número entero **a**, y se simboliza |**a**|, al mismo número **a** si éste es positivo o nulo y al opuesto de **a** (**-a**) si el número es negativo. En símbolos:



Por ejemplo: |5|= 5 |-3|=3

Con respecto a las operaciones podemos hacer las siguientes observaciones:

* No hay inconvenientes para efectuar la resta.
* Para el producto y el cociente se debe tener en cuenta la regla de los signos.
* La potenciación es posible si la base es entera pero el exponente es natural.

**Números racionales.**

Los números racionales representan el cociente entre dos números enteros **a/b**, se le llama fracción siendo la parte superior, a, el numerador y la parte inferior, b, el denominador y con b ≠ 0. Se representa por ℚ y es el conjunto ℚ = {a/b | a, b ∈ ℤ , b ≠ 0}.

Este conjunto, a diferencia de los conjuntos ℕ y ℤ no es discreto, ya que entre dos números cualesquiera existe un número infinito de números racionales. También podemos decir que los números racionales están formados por los enteros, los decimales exactos y los decimales periódicos.

Las operaciones de las fracciones son conocidas así que no vamos a insistir en ellas. Los números racionales se pueden representar como fracción de varias maneras, cuando esto ocurre se dice que los números racionales son equivalentes, por ejemplo 1/5 y 2/10 son fracciones equivalentes.

Recordemos las reglas básicas para la **suma** y el **producto** de fracciones:

Para **restar** dos fracciones, simplemente sumamos al minuendo el opuesto del sustraendo:

El **cociente** se resuelve multiplicando el dividendo por el recíproco o inverso del divisor:

Recordar: Dos números racionales son recíprocos o inversos multiplicativos si su producto es igual a 1.

La **potenciación** puede hacerse en el conjunto de los números racionales para base racional y exponente entero:

a) Si el exponente es natural:

b) Si el exponente es negativo:

c) Potencia de exponente racional:

Toda potencia de exponente racional es igual al radical cuyo índice es el denominador del exponente y cuyo radicando es la base de la potencia elevada a un exponente igual al numerador del exponente dado.

La potencia de exponente racional goza de las mismas propiedades que la de exponente entero.

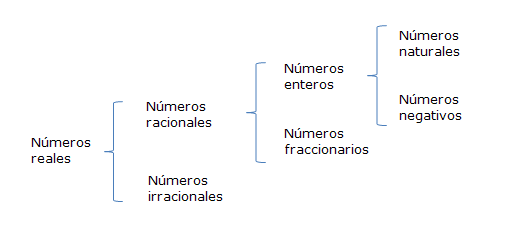
**Radicación** de números racionales.

Ejemplo:

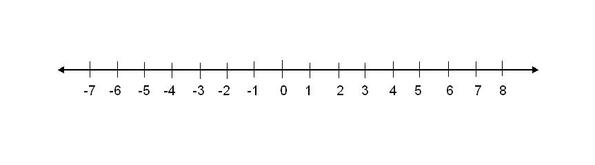
**Números reales.**

Los números reales están formados por los racionales y los llamados irracionales. Los irracionales están formados por los números que tiene infinitos decimales pero no se pueden expresar en forma de fracción, tiene infinitas cifras no periódicas. Por ejemplo: e, π, √ 2 ... Los números irracionales se representan por I mientras que los reales se representan con ℝ .

Las operaciones de los números reales son conocidas así que no abundaremos en ellas. Vamos a ver un gráfico que nos muestra las relaciones entre los distintos conjuntos de números.



Representación geométrica de los números reales. Los números reales se representan en una recta llamada recta real o eje real.



A cada punto de la recta real le corresponde un único número real y cada número real está representado por un único punto de la recta real.

Para la determinación de la escala, se elige un punto que representa al 0 y otro punto a la derecha que representa el 1. Se divide la recta a la derecha y a la izquierda de 0, tomando como unidad el segmento de longitud igual al determinado por 0 y 1.Quedan representados, entonces, los números enteros y los números reales completan la recta. Los números reales que se representan a la derecha de 0 son los reales positivos y los que se representan a la izquierda, los reales negativos. El 0 es el número real que no es positivo ni negativo.

Si , la igualdad significa que ambos representan al mismo número real, la desigualdad significa que está a la izquierda de y significa que está a la derecha de .

**NÚMEROS REALES: ACTIVIDADES**

**1º)** Resuelve los siguientes ejercicios:

∎ (9 – 13). (−5 + 10) − [12: (−3) + (−11)] = ∎ [(6. 2) + (−3. 5) − 9] =

∎ [−6. (5. 2) – (−3. 4): (−2)] =

**Ecuaciones**

PROBLEMA

Para ir a la escuela, Juan recorre una cierta distancia solo, y luego el doble de esa distancia la recorre con su amigo Pablo. Si desde la casa de Juan hay 12 cuadras, ¿Cuántas cuadras camina solo?

Solución: d+2d=12 3d=12 d=12:3 d=4

Por lo tanto, camina 4 cuadras solo.

|  |
| --- |
| Es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, los cuales se denominan miembros de la ecuación. En ellas aparecen números y letras (incógnita) relacionadas mediante una operación matemática, y resolverla significa encontrar el o los valores de la incógnita que hacen verdadera la igualdad.  Los **miembros** de una ecuación son **cada una de las expresiones que aparecen a ambos lados del signo igual.**  esquema  (Agrupamos los términos semejantes y los independientes    Las **soluciones** son los **valores que deben tomar las letras para que la igualdad sea cierta.**      **Ejemplos:**  **Verificacion:**    **Actividad:** Determinen el valor de las letras.  **Actividades:** Resuelvan las siguientes ecuaciones y verifíquenlas.  **Factor comun**  Extraer factor común de una suma (o resta) consiste en escribirla como un producto. Por ejemplo,  **Ejemplo 1**  En la suma \(3\cdot y+3\cdot x\) tenemos el factor común 3. Podemos extraerlo:  Explicación de cómo extraer factor común y problemas resueltos. Propiedad distributiva del producto sobre la suma. Secundaria, ESO y Bachillerato.  Observad que lo que hacemos es aplicar la **propiedad distributiva** del producto sobre la suma.  No olvidéis nunca los paréntesis porque el factor común debe multiplicar a **todos** los sumandos.  Extraer factor común nos permite simplificar las expresiones aritméticas, por lo que es algo que debemos hacer con habilidad.  Algunas veces, extraemos factor común, aunque el factor que extraemos no esté escrito explícitamente en todos los sumandos.  **Ejemplo 2**  En la suma \(3\cdot y+6\cdot x\) podemos extraer el factor común 3:  Explicación de cómo extraer factor común y problemas resueltos. Propiedad distributiva del producto sobre la suma. Secundaria, ESO y Bachillerato.  **Nota:** tuvimos que escribir 6 como 3·2 para tener explícitamente el factor común.  De forma parecida, hacemos con los polinomios.  **Ejemplo 3**  Extraemos el factor común \(x^2\) del polinomio \(3x^2-5x^3\):  Explicación de cómo extraer factor común y problemas resueltos. Propiedad distributiva del producto sobre la suma. Secundaria, ESO y Bachillerato.  También, podemos extraer como factor común a parámetros, fracciones, potencias, raíces, polinomios, etc.  **EJERCICIOS**  ∎8a - 4b + 16c + 12d =  ∎ 7x2 + 11x3 - 4x5 + 3x4  - x8 =  ∎9x3 - 6x2 + 12x5 - 18x7 = ∎9x2ab - 3xa2b3 + x2az =  ∎36x4 - 48x6 - 72x3 + 60x5 = ∎8a - 4b + 16c + 12d =  **FACTOR COMUN POR GRUPO**  Se llama factor común por agrupación de términos, si los términos de un polinomio pueden reunirse en grupos de términos con un factor común diferente en cada grupo.  Cuando pueden reunirse en grupos de igual número de términos se le saca en cada uno de ellos el factor común. Si queda la misma expresión en cada uno de los grupos entre paréntesis, se la saca este grupo como factor común, quedando así una multiplicación de polinomios.  Tratar desde el principio que nos queden iguales los términos de los paréntesis nos hará más sencillo el resolver estos problemas.                          2ax + 2bx - ay + 5a - by + 5b  Agrupo los términos que tienen un factor común:                          (2ax - ay + 5a ) + ( 2bx - by + 5b )  Saco el factor común de cada grupo:                          a ( 2x - y + 5 ) + b (2x - y + 5 )  Como las expresiones encerradas entre paréntesis son iguales se tiene:                          ( 2x -y +5 )(a + b)  Que es nuestra respuesta.  **Ejemplos:**  17ax – 17mx + 3ay - 3my + 7az – 7mz  =  (17ax+3ay+7ay)+(-17mx-3my-7mz)=  a(17x +3y +7z) - m(17x + 3y +7z)=  (17x +3y +7z)(a – m)  **EJERCICIOS**  ∎4x3 - 4x2 + x - 1 = ∎5x2 + 5x + 1 + x =  ∎ 3x4 + 6x - x3 - 2 = ∎ x4 + x3 - 1 - x =  **CUADRADO DE UN BINOMIO**  Para resolver la potencia de un monomio se deben aplicar las propiedades de la [potenciación](http://matematicabasica.com.ar/wp-admin/www.matematicabasica.com.ar):   ( a . b ) n = an . bn  ∎ ( 2 x ) ² = 2² . x² = 4 x²  ∎ ( - 2 x2 ) 3  = ( -2 ) 3 . ( x2 ) 3 = - 8 x6  ∎ ( 3 x3 ) 4 = 34 . (x3) 4 = 81 x12  **Binomio de suma al cuadrado**  Un **binomio al cuadrado** (suma) es igual es igual al cuadrado del primer término, **más** el doble producto del primero por el segundo **más** el cuadrado segundo.  **(a + b)2 = a2 + 2 · a · b + b2**  (x + 3)2 = x 2 + 2 · x ·3 + 3 2 = x 2 + 6 x + 9  **Binomio de resta al cuadrado**  Un **binomio al cuadrado** (resta) es igual es igual al cuadrado del primer término, **menos** el doble producto del primero por el segundo, **más** el cuadrado segundo.  **(a − b)2 = a2 − 2 · a · b + b2**  (2x − 3)2 = (2x)2 − 2 · 2x · 3 + 3 2 = 4x2 − 12 x + 9  El desarrollo de un **binomio al cuadrado** se llama **trinomio cuadrado perfecto**.  **∎ a2 + 2 a b + b2 = (a + b)2**  trimomio  **∎ a2 − 2 a b + b2 = (a − b)2**  trimomio  **EJERCICIOS**  ∎(2 + x)²= ∎(x + y)²= ∎(2p + q)²= ∎ (a - 6)²=  **CUBO DE UN BINOMIO**  **Binomio de suma al cubo**  Un **binomio al cubo** (suma) es igual al cubo del primero, **más** el triple del cuadrado del primero por el segundo, **más** el triple del primero por el cuadrado del segundo, **más** el cubo del segundo.  **(a + b)3 = a3 + 3 · a2 · b + 3 · a · b2 + b3**  (x + 3)3 = x 3 + 3 · x2 · 3 + 3 · x· 32 + 33 =  = x3 + 9x2 + 27x + 27  **Binomio de resta al cubo**  Un **binomio al cubo** (resta) es igual al cubo del primero, **menos** el triple del cuadrado del primero por el segundo, **más** el triple del primero por el cuadrado del segundo, **menos** el cubo del segundo.  **(a − b)3 = a3 − 3 · a2 · b + 3 · a · b2 − b3**  (2x − 3)3 = (2x)3 − 3 · (2x)2 ·3 + 3 · 2x· 32 − 33 =  = 8x 3 − 36 x2 + 54 x − 27  **Ejemplos**  ∎ (x + 2)3 = x3 + 3 · x2 · 2 + 3 · x · 22 + 23 =  = x3 + 6x2 + 12x + 8  ∎ (3x − 2)3 = (3x)3 − 3 · (3x)2 · 2 + 3 · 3x · 22 − 23 =  = 27x 3 − 54x2 + 36x − 8  ∎ (2x + 5)3 = (2x)3 + 3 · (2x)2 ·5 + 3 · 2x · 52 + 53 =  = 8x3 + 60 x2 + 150 x + 125  **EJERCICIOS**  ∎(a + 3)³= ∎(p – q)³= ∎(a – 3)³= ∎ (2 – a)³=  **DIFERENCIA DE CUADRADOS**  ***Definición.***  **Diferencia de cuadrados** de dos términos es igual al producto de la suma de estos términos por la diferencia de estos términos.  Cada polinomio que sea una diferencia de cuadrados se puede factorizar al aplicar la siguiente fórmula:  **a2 − b2 = (a + b) · (a − b)**  **Ejemplo:**  4x2− 25 = (2x)2 − 52 = (2x + 5) · (2x - 5)  **EJERCICIOS**  ∎x2 - 9 = ∎x2 - y2 =  ∎b2 - 1 =  ∎x6 - 4 = |