2° TRABAJO PRACTICO

EL VALOR FINAL DE LA INVERSIÓN

En toda colocación financiera, el valor final de la inversión realizada estará dado por la *suma entre el capital inicialmente invertido y los intereses producidos por ese capital.*

Valor final = Inversión Inicial + Intereses producidos

$$C_n = C_o + I_s$$

y dado que $I_s = C_o \cdot i \cdot n$

resultará $\boxed{C_n = C_o(1 + in)}$ FÓRMULA FUNDAMENTAL DEL MONTO A INTERÉS SIMPLE

Observación: Dado que el valor futuro, monto o vàlor final de una inversión, es igual a la suma entre la inversión inicial y sus intereses, resulta obvio que con la utilización de la fórmula del interés simple $I_s = C_o \cdot i \cdot n$ se puede obtener el monto final con sólo sumarle a "I_s" el importe del Capital invertido. No obstante, el valor del monto se puede obtener también con la aplicación de la fórmula recién expresada.

Ejemplos: 1) ¿Cuánto puedo retirar al cabo de 4 meses, habiendo depositado $ 2 200 al 1,20% mensual?

$C_o = 2\,200$
$i = 0{,}012$ mensual
$n = 4$ meses
$C_n = x$

$C_n = C_o(1 + in)$
$C_n = 2\,200\,(1 + 0{,}012 \cdot 4)$
$C_n = 2\,200\,(1 + 0{,}048)$
$C_n = 2\,200 \cdot 1{,}048$

$\therefore\ C_n = 2\,305{,}60$

Ejercicio: resuelva este problema por medio de la fórmula del interés simple.

2) Calcular el monto que puede retirar un ahorrista luego de tener depositados $ 4 000 durante 45 días al 10% anual de interés (resolver por interés exacto).

$C_o = 4\,000$
$i = 0{,}10$ anual
$n = \frac{45}{365}$ de año
$C_n = x$

$C_n = C_o(1 + in)$
$C_n = 4\,000\,(1 + 0{,}10 \cdot \frac{45}{365})$
$C_n = 4\,000\,(1 + 0{,}012328767)$
$C_n = 4\,000 \cdot 1{,}012328767$

$\therefore\ C_n \cong 4\,049{,}31$

Ejercicio: resuelva este problema considerando interés comercial.

3) Hace 35 días efectué un depósito que me permite retirar hoy la suma de $ 5 563,29. La operación se hizo al 12% anual, considerando el año con interés exacto. Deseo saber la suma inicialmente invertida y el total ganado de intereses.

$C_n = 5\,563{,}29$

$i = 0{,}12$ anual

$n = \frac{35}{365}$ de año

$C_o = x$

$$C_n = C_o\ (1 + in)$$
$$5\,563{,}29 = C_o \left(1 + 0{,}12 \cdot \frac{35}{365}\right)$$
$$5\,563{,}29 = C_o\ (1 + 0{,}011506849)$$
$$5\,563{,}29 = C_o \cdot 1{,}011506849$$
$$C_o = \frac{5\,563{,}29}{1{,}011506849}$$
$$\therefore\ C_o = 5\,500$$

El total de intereses ganados será:

$$\text{Intereses ganados} = \text{Monto} - \text{Capital}$$
$$I_s = 5\,563{,}29 - 5\,500$$
$$\therefore\ I_s = 63{,}29$$

Observación: Al igual que en el cálculo de intereses, para determinar el valor de cualquier elemento de la fórmula del monto se sugiere partir desde la fórmula fundamental y reemplazar en ella los datos proporcionados por el problema. Posteriormente, se despeja la incógnita en cuestión.

4) ¿A qué tasa mensual de interés se colocó un capital de $ 3 500 que en 3 meses produjo un monto de $ 3 657,50?

$C_o = 3\,500$

$C_n = 3\,657{,}50$

$n = 3$ meses

$i = x$

$$C_n = C_o(1 + in)$$
$$3\,657{,}50 = 3\,500\ (1 + i \cdot 3)$$
$$\frac{3\,657{,}50}{3\,500} = 1 + i \cdot 3$$
$$1{,}045 = 1 + 3 \cdot i$$
$$1{,}045 - 1 = 3 \cdot i$$
$$0{,}045 = 3 \cdot i$$
$$i = \frac{0{,}045}{3}$$
$$\therefore\ i = 0{,}015 \text{ mensual}$$

5) ¿A qué tasa anual de interés se colocó un capital de $ 3 000, si en 21 días se pudo retirar un monto de $ 3 022,44? (Resolver por interés exacto.)

$C_o = 3\,000$

$C_n = 3\,022{,}44$

$n = \frac{21}{365}$ de año

$i = x$

$$C_n = C_o(1 + in)$$
$$3\,022{,}44 = 3\,000 \left(1 + i \cdot \frac{21}{365}\right)$$
$$\frac{3\,022{,}44}{3\,000} = 1 + i \cdot 0{,}05753425$$
$$1{,}00748 = 1 + 0{,}05753425 \cdot i$$
$$1{,}00748 - 1 = 0{,}05753425 \cdot i$$
$$0{,}00748 = 0{,}05753425 \cdot i$$
$$i = \frac{0{,}00748}{0{,}05753425}$$
$$\therefore\ i = 0{,}13 \text{ anual}$$

6) ¿Cuántos meses permaneció colocado un capital de $ 5 000, si, colocado al 1% mensual, permitió retirar un monto de $ 5 250?

$C_o = 5\,000$

$C_n = 5\,250$

$i = 0{,}01$ mensual

$n = x$

$$C_n = C_o \cdot (1 + in)$$

$$5\,250 = 5\,000\,(1 + 0{,}01 \cdot n)$$

$$\frac{5\,250}{5\,000} = 1 + 0{,}01 \cdot n$$

$$1{,}05 - 1 = 0{,}01 \cdot n$$

$$0{,}05 = 0{,}01 \cdot n$$

$$n = \frac{0{,}05}{0{,}01}$$

$$\therefore\ n = 5 \text{ meses}$$

7) Pude colocar al 12% anual la suma de $ 4 500. Si retiré $ 4 566,58 ¿cuántos días permaneció depositada mi inversión? (tomar interés exacto).

$C_o = 4\,500$

$C_n = 4\,566{,}58$

$i = 0{,}12$ anual

$n = x$

$$C_n = C_o\,(1 + in)$$

$$4\,566{,}58 = 4\,500\left(1 + 0{,}12 \cdot \frac{n}{365}\right)$$

$$\frac{4\,566{,}58}{4\,500} = 1 + \frac{0{,}12}{365} \cdot n$$

$$1{,}0147955 = 1 + 0{,}0003287 \cdot n$$

$$1{,}0147555 - 1 = 0{,}0003287 \cdot n$$

$$0{,}0147955 = 0{,}0003287 \cdot n$$

$$n = \frac{0{,}0147955}{0{,}0003287}$$

$$\therefore\ n \cong 45 \text{ días}$$

Problema resuelto Nº 1:

Completar los espacios en blanco referidos a la aplicación del cálculo del valor futuro de la inversión o "Monto", utilizando año comercial y año exacto o civil.

Valor inicial de la inversión	Tasa de interés anual	Tiempo, en días de colocación	Valor final o Monto (comercial)	Valor final o Monto (exacto)
5 000	0.12	35	5 058,33	5 057,53
4 000	0.14		4 070	4 069,04
6 500	0.17	50		
8 300		28	8 416,20	8 414,61
	0.15	65	3 748,85	3 747,50
4 600	0.16	23		
	0.13	42	5 634,18	5 633,02

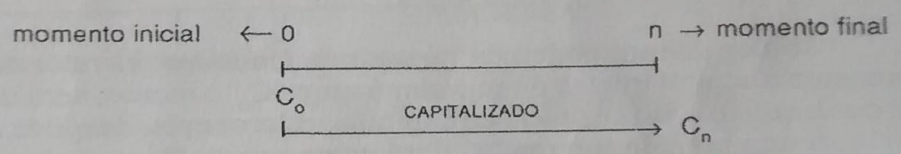
El concepto de valor actual

Anteriormente hemos afirmado que si se dispone de un capital "C_o" para efectuar una inversión, este capital o inversión inicial se convertía en un "monto" (o "valor final" o "valor futuro"), debido a la incidencia de los intereses obtenidos durante el lapso que permanece colocado ese capital inicial.

Lo que realmente deseamos expresar en términos financieros es que, al hacer una inversión, el inversor traslada hacia el futuro la posibilidad de disponer en este momento de ese capital que invierte. Y, debido a ello, es que percibe un beneficio financiero que está dado por la aplicación de los intereses a la inversión.

Pues bien, este proceso de *desplazamiento hacia el futuro de la disponibilidad de un capital* es llamado, generalmente, CAPITALIZACIÓN.

Si trazamos un segmento indicativo del momento inicial y final de la inversión, podemos expresar:



Corresponde ahora preguntarnos cuál ha sido el factor que nos permitió transformar un Capital "C_o" desde el momento inicial de la inversión hasta el momento final de la misma.

Sin dudas, debemos responder que ese factor ha sido:

$\boxed{(1 + in)}$: factor de capitalización en un régimen simple de interés

En efecto, recuerde que:

$$C_n = C_o(1 + in)$$

C_n ↓ valor futuro monto

$C_o(1 + in)$ ↓ valor presente, valor actual, o capital inicial

Resulta indudable que *el factor de transformación del valor presente de una inversión en un valor futuro o monto es (1 + in), cuando se trabaja en un régimen simple de intereses con una tasa "i".*

Ejemplos: 1) Un capital disponible hoy, cuyo valor es de $ 5 000, puede colocarse durante 45 días al 13% de interés. Calcular la suma final retirada (año civil).

$C_o = 5\,000$

$i = 0{,}13$ anual

$n = \frac{45}{365}$ de año

$C_n = x$

$C_n = C_o(1 + in)$

$C_n = 5\,000\left(1 + 0{,}13 \cdot \frac{45}{365}\right)$

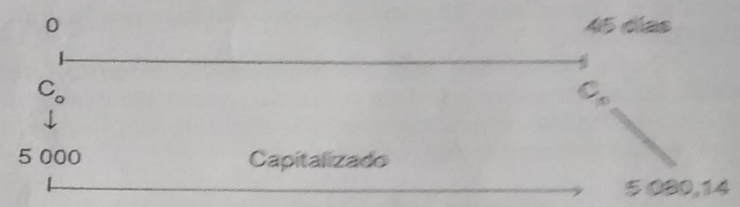
$C_n = 5\,000\,(1 + 0{,}0160274)$

$$C_n = 5\,000 \cdot 1{,}0160274$$

C_n	5 000	1,0160274
↓	↓	↓
Valor futuro o monto	Valor presente, actual, o capital	Factor de transformación

$$\therefore \quad C_n \cong 5\,080{,}14$$

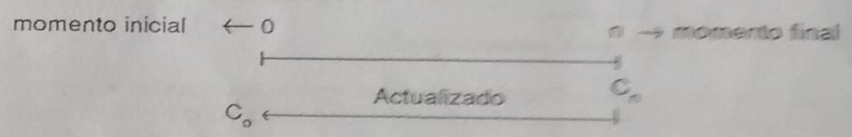
En un segmento representativo del tiempo transcurrido, tendríamos:



Análogamente podemos razonar diciendo que el valor actual (o valor presente o capital inicial) de un valor futuro "C_n" o monto, será un capital "C_o" el cual, sujeto a un régimen de capitalización simple, después de un tiempo "n" con una tasa de interés "i", dará como resultado ese valor final "C_n".

Y este proceso de *desplazamiento de la disponibilidad futura de una inversión hacia el presente* se denomina generalmente ACTUALIZACIÓN.

Observando el gráfico representado por el siguiente segmento, se podrá apreciar el sentido inverso de la operación de actualización, si se la compara con la de capitalización.



¿Cuál será entonces el factor que nos permitió transformar un valor futuro "C_n" en un valor presente o inicial "C_o"? Obviamente, ese factor es inverso a "(1 + in)", o sea:

$$\boxed{\frac{1}{(1 + in)} = (1 + in)^{-1}} \quad \Rightarrow \quad \text{factor de actualización en un régimen simple de interés.}$$

En efecto, recuerde que:

$$C_n = C_o\,(1 + in) \quad \Rightarrow$$ CAPITALIZACIÓN (porque traslada un valor presente C_o hacia el futuro).

$$\text{y} \quad C_o = \frac{C_n}{(1 + in)} = C_n \cdot \frac{1}{(1 + in)} \quad \Rightarrow$$ ACTUALIZACIÓN (porque traslada un valor futuro C_n hacia el presente)

Por consiguiente, *el factor de transformación de un valor futuro o monto en un valor presente o actual es* $\frac{1}{(1 + in)} = (1 + in)^{-1}$, *cuando se trabaja en un régimen simple de intereses con una tasa "i".*

2) ¿Cuál es el capital que deberá invertirse para que, en el término de 35 días, se pueda retirar la suma total de $ 4 800, sabiendo que la colocación se efectúa al 14% anual de interés (año civil)?

$C_n = 4\,800$

$i = 0{,}14$ anual

$n = \frac{35}{365}$ de año

$C_o = x$

$$C_n = C_o(1 + in)$$

$$4\,800 = C_o\left(1 + 0{,}14 \cdot \frac{35}{365}\right)$$

$$4\,800 = C_o(1 + 0{,}0134246)$$

$$4\,800 = C_o \cdot 1{,}0134246 \quad (1)$$

$$C_o = \frac{4\,800}{1{,}0134246} \cong 4\,736{,}42$$

Observe en la igualdad (1) que, al ser

$$4\,800 = C_o \cdot 1{,}0134246 \text{ implicará}$$

$$C_o = 4\,800 \cdot \frac{1}{1{,}0134246}$$

↓	↓	↓
Valor presente o actual (capital)	Valor futuro o monto	Factor de transformación

Síntesis

De todo lo expresado hasta este momento, resulta que, en un segmento representativo del tiempo de la inversión, podemos señalar los aspectos fundamentales que caracterizan el régimen simple de intereses al utilizar la tasa de interés "i":

o ——————————————— n

Inversión inicial → Valor futuro

↓ ↓

Valor presente, actual, o capital inicial → Monto o valor final de la inversión

↓ ↓

C_o —— a través de $(1 + in)$ se transforma en ——→ C_n ⇒ CAPITALIZACIÓN

ACTUALIZACIÓN ⇐ C_o ←—— a través de $\frac{1}{(1 + in)} = (1 + in)^{-1}$ se transforma en ——

En consecuencia, la conceptualización financiera y matemática de cada factor es la siguiente:

FACTOR	FINANCIERAMENTE	MATEMÁTICAMENTE
$(1 + in)$	transforma un valor presente en un valor futuro: CAPITALIZA	multiplica a C_o para obtener C_n
$\frac{1}{(1 + in)}$	Transforma un valor futuro en un valor presente: ACTUALIZA	multiplica a C_n para obtener C_o

ACTIVIDADES

ACTIVIDAD: Resolver los siguientes problemas referidos al cálculo del monto o valor futuro y sus fórmulas derivadas. Utilizar año comercial (360 días).

1. El 15 de abril se depositaron $30000 al 72% anual. Determinar cuánto se retira el día 15 de diciembre.
2. Se depositaron $25000 durante 120 días en un Banco que paga el 84% anual de interés. Calcular cual es el total retirado, si: a) en año civil; b) en año comercial.
3. El 15 de junio se colocaron $15000 al 70% anual durante 6 meses, fecha en la cual se retira el total producido y se lo deposita en otro Banco al 78% anual durante 4 meses más. Calcular el saldo total acumulado al cabo de los 10 meses.
4. ¿Cuál es el capital que en 7,5 meses produjo un monto de $72875 al 60% anual de interés?
5. Calcular el capital que, colocado al 66% anual durante 4 meses y 10 días, produjo un monto de $43961.
6. ¿A qué tasa anual se colocó un capital de $36000 que en 126 días se convirtió en $46710?
7. ¿Cuál es la tasa mensual de interés que en 3 meses convirtió la suma de $14500 en $17110?
8. ¿En cuánto tiempo un capital de $15500 se convirtió en $19220 si se lo ha colocado al 8% mensual de interés?
9. Calcular en cuanto tiempo se duplican $28000 al 20% trimestral.

10. Calcular en cuanto tiempo un capital de $70000 se transformó en $112000 si fue colocado al 24% de interés trimestral.

ACTIVIDAD: Resolver los siguientes problemas referidos al cálculo del monto o valor futuro y sus fórmulas derivadas. Utilizar año civil (365 días).

1. Un capital de $7500 se depositó al 15% anual durante 65 días. Se desea saber el monto total retirado al vencimiento del plazo de la colocación.
2. Hace 90 días. Se hizo una inversión de $8000 en un Banco que paga el 16,5% anual. ¿Qué monto se retira hoy?
3. A los 48 días de haber efectuado una inversión, cuya tasa anual de interés fue el 18%, pude retirar un total acumulado de $8701,24. Deseo conocer el valor inicial de la inversión.
4. Después de permanecer colocado durante 60 días al 19% anual de interés, un capital se transformó en un monto de $12374,80. Calcular el valor de ese capital.
5. Una inversión de $9200 permaneció colocada durante 90 días; al cabo de los cuales se pudo retirar un monto final de $9744,44. Se desea saber a qué tasa anual se hizo la operación.
6. Una inversión inicial de $8300, que se colocó al 21% anual de interés, produjo un monto final de $8491,02. Se desea saber cuántos días estuvo colocada.